Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Vedlegg: Formelark

Faglig kontakt under eksamen:

Finn Knudsen	73 59 35 23	916 34 712
Brynjulf Owren	73 59 35 18	930 21 641
Eldar Straume	73 59 66 83	994 10 389

EKSAMEN I TMA4105 MATEMATIKK 2

Bokmål
Fredag 21. mai 2010
Tid: 09:00 – 13:00

Hjelpemidler (kode C): Enkel kalkulator (HP 30S, Citizen SR270X)
Rottmann: *Matematisk formelsamling*

Sensur 14. juni 2010.

Alle svar skal begrunnes, og det skal være med så mye mellomregning at fremgangsmåten fremgår tydelig av besvarelsen.

Oppgave 1 Posisjonsvektoren til en partikkel som beveger seg på en kurve C er gitt ved

$$\boldsymbol{r}(t) = t\boldsymbol{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}t^2\boldsymbol{j} + \frac{1}{3}t^3\boldsymbol{k}$$

a) Beregn hastigheten, farten og akselerasjonen til partikkelen. Finn deretter buelengden av kurven mellom parameterverdiene $t = 0$ og $t = 1$.

b) Beregn krumningen og torsjonen til kurven som funksjon av t.

Oppgave 2 Finn enhetstangentvektoren $\boldsymbol{T}$ til kurven C i punktet $(3, -1, 13)$, med positiv $\boldsymbol{k}$-komponent, når C er skjæringskurven mellom flaten $z = x^2 + 4y^2$ og planet $z = 2x - 8y - 1$.

Oppgave 3 Finn minimumsverdien til funksjonen $f(x, y, z) = 2x^2 + y^2 + 3z^2$ på flaten gitt ved ligningen $2x + 3y + 4z = 49$.

Oppgave 4 La $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$.

a) Bestem eventuelle kritiske punkter, og avgjør hvilke av disse er lokale maksimums-, minimums- eller sadelpunkter.

b) Skriv opp ligningen for tangentplanet til grafen til funksjonen $z = f(x, y)$ i punktet $(2, 2, 4)$.

Oppgave 5 Beregn verdien av dobbeltintegralet

$$\int_{-\sqrt{\pi}}^{\sqrt{\pi}} \int_{-\sqrt{\pi-y^2}}^{\sqrt{\pi-y^2}} \sin(x^2+y^2)\,dx\,dy$$

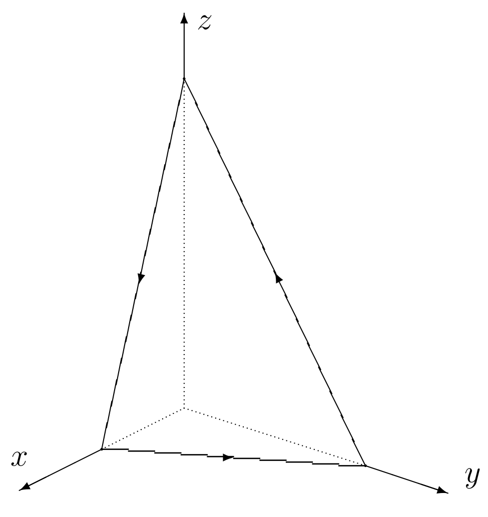
ved å innføre polarkoordinater.

Oppgave 6 Et dobbeltintegral blir ved iterert integrasjon

$$\iint_R x\,dxdy = \int_0^1 \left(\int_0^{2y} x\,dx\right) dy + \int_1^5 \left(\int_0^{\sqrt{5-y}} x\,dx\right) dy$$

Skisser området R, og beregn verdien av integralet ved å utføre integrasjonene i omvendt rekkefølge.

Oppgave 7



Et legeme T i første oktant er begrenset av koordinatplanene og planet S gjennom punktene $(1, 0, 0)$, $(0, 2, 0)$ og $(0, 0, 3)$. Vi lar S være orientert slik at enhetsnormalen peker ut av legemet T. Et vektorfelt $\boldsymbol{F}$ er gitt ved

$$\boldsymbol{F} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}.$$

a) Beregn fluksen til $\boldsymbol{F}$ ut gjennom flaten S.

b) Beregn $\displaystyle\oint_C \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$, der C er den orienterte randen til S.